

**ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ГОСУДАРСТВЕННОМУ  
ЭКЗАМЕНУ  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ  
«ПРИКЛАДНЫЕ МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА»**

**1. Механика**

1. Уравнения движения. Обобщенные координаты, принцип наименьшего действия, функция Лагранжа. Законы сохранения энергии, импульса, момента импульса.
2. Интегрирование уравнений движения. Одномерное движение, движение в центральном поле.
3. Малые колебания. Свободные и вынужденные одномерные колебания. Колебания систем со многими степенями свободы. Колебания при наличии трения.
4. Движение твердых тел. Угловая скорость, момент инерции и момент количества движения твердых тел. Уравнение Эйлера.
5. Канонические уравнения, уравнение Гамильтона, скобки Пуассона, действие как функция координат, теорема Лиувилля, уравнение Гамильтона—Якоби, разделение переменных.
6. Принцип относительности. Скорость распространения взаимодействий. Интервал. Собственное время. Преобразование Лоренца. Преобразование скорости. Четырехмерные векторы. Четырехмерная скорость.
7. Релятивистская механика. Принцип наименьшего действия. Энергия и импульс.

**2. Электродинамика**

1. Заряд в электромагнитном поле. Четырехмерный потенциал поля. Уравнения движения заряда в поле, калибровочная (градиентная) инвариантность. Тензор электромагнитного поля. Преобразование Лоренца для поля. Инварианты поля.
2. Действие для электромагнитного поля. Уравнения электромагнитного поля. Четырехмерный вектор тока. Уравнение непрерывности. Плотность и поток энергии. Тензор электромагнитного поля.
3. Постоянное электромагнитное поле. Закон Кулона. Электростатическая энергия зарядов. Дипольный момент. Мультипольные моменты. Система зарядов во внешнем поле. Постоянное магнитное поле. Магнитный момент. Теорема Лармора.
4. Электромагнитные волны. Волновое уравнение. Плоские волны. Монохроматическая плоская волна. Поляризация электромагнитных волн.
5. Поле движущихся зарядов. Запаздывающие потенциалы. Потенциалы Лиенара-Вихерта. Излучение электромагнитных волн. Поле системы зарядов на далеких расстояниях. Мультипольное излучение. Интенсивность излучения.
6. Усреднение уравнений Максвелла по физически бесконечно малому объему и характерному промежутку времени.
7. Уравнения макроскопической электродинамики. Материальные уравнения.
8. Комплексная диэлектрическая проницаемость. Физический смысл мнимой части диэлектрической проницаемости. Формулы Крамерса-Кронига.

**3. Квантовая механика**

1. Основные положения квантовой механики. Принцип неопределенности. Принцип суперпозиции. Операторы. Дискретный и непрерывный спектры. Гамильтониан. Стационарные состояния. Гейзенберговское представление. Соотношения неопределенности.
2. Уравнение Шредингера. Основные свойства уравнения Шредингера. Одномерный осциллятор. Плотность потока.
3. Одномерное движение. Квазиклассическая волновая функция. Прохождение через барьер.
4. Момент количества движения. Собственные функции и собственные значения момента количества движения. Четность. Сложение моментов.
5. Движение в центральном поле. Радиальное уравнение Шредингера. Атом водорода.
6. Теория возмущений. Возмущения, не зависящие от времени. Нестационарная теория возмущения.

7. Спин. Оператор спина. Тонкая структура атомных уровней.
8. Тождественность частиц. Симметрия при перестановке частиц. Обменное взаимодействие.
9. Атом. Состояние электронов атома. Уровни энергии. Тонкая структура атомных уровней.

#### **4. Статистическая физика. Кинетика.**

1. Основные принципы статистики. Функция распределения и матрица плотности. Теорема Лиувилля. Роль энергии. Закон возрастания энтропии. Микроканоническое распределение. Распределение Гиббса. Распределение Гиббса с переменным числом частиц.
2. Термодинамические величины. Температура. Работа и количество тепла. Термодинамические потенциалы. Термодинамические неравенства. Системы с переменным числом частиц. Свободная энергия в распределении Гиббса. Вывод термодинамических соотношений.
3. Термодинамика идеальных газов. Распределение Больцмана. Закон равнораспределения. Многоатомный идеальный газ.
4. Распределение Ферми и Бозе. Вырожденный идеальный ферми-газ. Вырожденный бозе-газ. Конденсация Бозе-Эйнштейна. Равновесное тепловое излучение. Формула Планка. Излучение абсолютно черного тела.
5. Равновесие фаз. Формула Клапейрона-Клаузиуса. Критическая точка. Системы с различными частицами. Правило фаз Гиббса.
6. Фазовые переходы второго рода. Теория Ландау. Критические индексы. Флуктуации в окрестности критической точки. Многообразие фазовых переходов второго рода и универсальность критического поведения систем.
7. Кинетическая теория газов. Иерархия временных масштабов и стадии эволюции неравновесной системы. Кинетический этап эволюции. Кинетическое уравнение Больцмана. Гидродинамическая стадия эволюции неравновесной системы. Система гидродинамических уравнений и проблема ее замкнутости. Кинетическое уравнение в приближении времени релаксации и его применение к расчету кинетических коэффициентов в уравнениях переноса.

#### **5. Теория конденсированного состояния.**

1. Собственные значения и собственные функции оператора трансляции. Симметрия и стационарные состояния кристаллов. Зонная структура.
2. Фононы в ковалентных и молекулярных кристаллах. Фононы в ионных кристаллах:
3. Плазменные колебания в металлах и полупроводниках, длинноволновое приближение. Плазмоны. Приближение хаотических фаз. Экранирование кулоновского взаимодействия электронов.
4. Электроны в периодическом поле. Одноэлектронные состояния. Приближение эффективной массы. Вычисление эффективной массы электрона. Приближенные методы вычисления одноэлектронных состояний: а) приближение почти свободных электронов, б) приближение сильной связи. Вторичное квантование системы электронов. Типы твердых тел. Зонная картина.
5. Классификация магнитных материалов. Физические свойства магнитных материалов. Обменная теория магнетизма. Модель Гейзенберга, ХУ-модель, модель Изинга. Спиновые волны в ферромагнетиках. Магноны. Закон дисперсии магнонов в ферромагнетиках. Спиновые волны в антиферромагнетиках. Закон дисперсии магнонов в антиферромагнетиках.
6. Типы дефектов структуры. Влияние точечных дефектов структуры кристалла на зонную картину электронного спектра. Влияние точечных дефектов структуры на спектр колебаний решетки. Влияние поверхности на электронный энергетический спектр. Электронные поверхностные состояния.

#### **Методы математической физики**

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Задача с подвижными

- концами.
2. Экстремум функции многих переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
  3. Вероятностное пространство. Независимые события. Теорема сложения. Условная вероятность. Полная система событий. Форма полной вероятности. Формула Байеса.
  4. Случайная величина и ее функция распределения. Совместное распределение случайных величин.
  5. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, их свойства.
  6. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Восстановление комплексной функции по ее действительной или мнимой части.
  7. Интеграл от функции комплексного переменного по контуру. Теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Теорема о среднем.
  8. Комплексные степенные ряды. Область сходимости комплексного степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование комплексного степенного ряда. Ряды Тейлора комплексных функций.
  9. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана.
  10. Классификация особых точек регулярной функции. Поведение ряда Лорана в окрестности особой точки.
  11. Теория вычетов. Основная теорема теории вычетов и ее обобщения. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов.
  12. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка от двух переменных. Приведение линейных дифференциальных уравнений второго порядка от двух переменных к каноническому виду. Уравнения с постоянными коэффициентами.
  13. Одномерное волновое уравнение. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Метод решения неоднородного волнового уравнения.
  14. Трехмерное волновое уравнение. Задача Коши для трехмерного волнового уравнения. Формула Пуассона. Метод решения неоднородного волнового уравнения.
  15. Метод Фурье (метод разделения переменных). Собственные функции и собственные значения. Решение методом Фурье волнового уравнения на отрезке. Решение методом Фурье неоднородного волнового уравнения.
  16. Одномерное уравнение теплопроводности. Решение методом Фурье одномерного уравнения теплопроводности на отрезке. Решение методом Фурье неоднородного уравнения теплопроводности.
  17. Задача Коши на прямой для одномерного уравнения теплопроводности. Функция Грина. Задача Коши для трехмерного уравнения теплопроводности (однородный и неоднородный случай).
  18. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа. Задача Дирихле для круга. Интеграл Пуассона.

### **Методы вычислительной физики**

1. Роль численных методов в физике. Метод Монте-Карло и метод молекулярной динамики (общая характеристика). Граничные условия.
2. Генераторы случайных чисел. Равномерное и неравномерное распределение случайного числа. Алгоритмы получения заданного распределения. Алгоритм Метрополиса получения заданного распределения.
3. Основное кинетическое уравнение. Принцип детального баланса.
4. Метод Монте-Карло для канонического ансамбля.
5. Метод Монте-Карло для микроканонического ансамбля.
6. Метод Монте-Карло для ансамбля с постоянной температурой и давлением.
7. Метод Монте-Карло для большого канонического ансамбля.
8. Метод молекулярной динамики.(МД) Численное интегрирование уравнений движения.

- Выбор временного шага. Консервативные свойства алгоритмов. Усреднение по траектории.
10. Молекулярная динамика микроканонического ансамбля.
  11. Молекулярная динамика канонического ансамбля.
  12. Молекулярная динамика ансамбля с постоянной температурой и давлением.
  13. Брауновская динамика. Уравнение Ланжевена.
  14. Численное решение параболических уравнений. Асимптотическая устойчивость неявной схемы. Явные схемы. Многомерное уравнение.
  15. Численное решение эллиптических уравнений. Счет на установление. Вариационные и вариационно-разностные методы. Прямые методы решения. Итерационные методы.
  16. Численное решение гиперболических уравнений. Волновое уравнение. Схема «крест». Неявная схема. Явная многомерная схема. Факторизованные схемы.
  17. Методы Монте-Карло решения уравнений математической физики.